ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ №3 (Вариант 24)

**Тема:** обратная матрица методом Гаусса

**Задание:** Обратить матрицу методом Гаусса и с помощью расширенной

**Теория:**

Нахождение обратной матрицы методом Гаусса - метод, который используется для решения квадратных систем линейных алгебраических уравнений, нахождения обратной матрицы, нахождения координат вектора в заданном базисе или отыскания ранга матрицы

***Алгоритм:***

1. Выбирают первый слева столбец, в котором есть хоть одно отличное от нуля значение.

2. Если самое верхнее число в этом столбце ноль, то меняют всю первую строку матрицы с другой строкой матрицы, где в этой колонке нет нуля.

3. Все элементы первой строки делят на верхний элемент выбранного столбца.

4. Из остальных строк вычитают первую строчку, умноженную на первый элемент соответствующей строки, с целью получить первым элементом каждой строки (кроме первой) ноль.

5. Далее проводят такую же процедуру с матрицей, которая получается из исходной матрицы после вычеркивания первой строки и первого столбца.

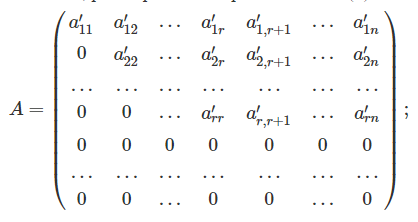
6. После повторения этой процедуры раз получают верхнюю треугольную матрицу

7. Вычитается из предпоследней строки последняя строка, умноженная на соответствующий коэффициент, с тем, чтобы в предпоследней строке осталась только 1 на главной диагонали.

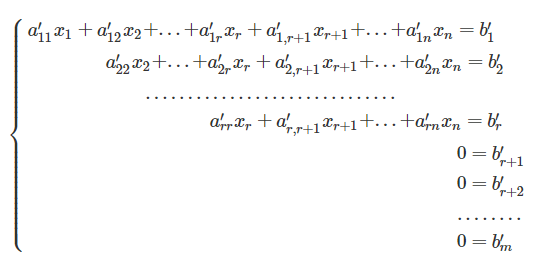
8. Повторяют предыдущий шаг для следующих строк. В итоге получают единичную матрицу и решение на месте свободного вектора (с ним необходимо проводить все те же преобразования).

**Прямой шаг метода Гаусса:**

С помощью элементарных преобразований над строками и перестановкой столбцов, расширенная матрица системы может быть приведена к виду



Матрица является расширенной матрицей системы которая эквивалентна исходной системе.



**Решение:**

**Исходная матрица:**

**Запишем матрицу в виде:**

**Работаем со столбцом №1**

Разделим строку №1 на -0.2

Умножим строку №1 на -19.4 и сложим со строкой №2

Умножим строку №1 на 0.62 и сложим со строкой №3

Умножим строку №1 на -0.68 и сложим со строкой №4

**Работаем со столбцом №2**

Разделим строку №2 на 84.85

Умножим строку №2 на 4.35 и сложим со строкой №1

Умножим строку №2 на 0.687 и сложим со строкой №3

Умножим строку №2 на -1.758 и сложим со строкой №4

**Работаем со столбцом №3**

Разделим строку №3 на 0.7715

Умножим строку №3 на -0.0072 и сложим со строкой №1

Умножим строку №3 на -0.5189 и сложим со строкой №2

Умножим строку №3 на -1.8577461 и сложим со строкой №4

**Работаем со столбцом №4**

Разделим строку №4 на 4.7108

Умножим строку №4 на 0.6925 и сложим со строкой №1

Умножим строку №4 на -1.4481 и сложим со строкой №2

Умножим строку №4 на 1.663007 и сложим со строкой №3

**Протокол решения в Scilab:**

disp('Обратная матрица методом Гаусса')

A=[-0.20 0.87 0.45 0.65;

19.4 0.46 0.38 -13.4;

-0.62 2.01 1.81 0.33;

0.68 -1.2, 1.24, 0.44];

B= [1 0 0 0;

0 1 0 0;

0 0 1 0;

0 0 0 1];

disp(A,'Имеем исходную матрицу:')

AB = [A B];

disp(AB,'Дополним её единичной матрицей:')

for i=1:size(AB, 'r')

disp('Делим строку №'+string(i)+' на '+string(AB(i,i))+':')

AB(i,:)=AB(i,:)/AB(i,i)

disp(AB(i,:))

for j=1:size(AB, 'r')

if j==i then continue; end

disp('домножим строку №'+string(i)+' на '+string(-AB(j,i))+' и сложим со строкой №'+string(j))

AB(j,:)=-AB(j,i)\*AB(i,:)+AB(j,:)

disp(AB(j,:))

end

disp(AB,'Дополненная матрица после преобразований:')

end

disp(AB(:,5:8),"Обратная матрица:")

disp(inv(A),'Проверим при помощи встроенной функции обратной матрицы - inv:')

**Вывод в консоли:**

-->

Обратная матрица методом Гаусса

Имеем исходную матрицу:

-0.2 0.87 0.45 0.65

19.4 0.46 0.38 -13.4

-0.62 2.01 1.81 0.33

0.68 -1.2 1.24 0.44

Дополним её единичной матрицей:

-0.2 0.87 0.45 0.65 1. 0. 0. 0.

19.4 0.46 0.38 -13.4 0. 1. 0. 0.

-0.62 2.01 1.81 0.33 0. 0. 1. 0.

0.68 -1.2 1.24 0.44 0. 0. 0. 1.

Делим строку №1 на -0.2:

1. -4.35 -2.25 -3.25 -5. 0. 0. 0.

домножим строку №1 на -19.4 и сложим со строкой №2

0. 84.85 44.03 49.65 97. 1. 0. 0.

домножим строку №1 на 0.62 и сложим со строкой №3

0. -0.687 0.415 -1.685 -3.1 0. 1. 0.

домножим строку №1 на -0.68 и сложим со строкой №4

0. 1.758 2.77 2.65 3.4 0. 0. 1.

Дополненная матрица после преобразований:

1. -4.35 -2.25 -3.25 -5. 0. 0. 0.

0. 84.85 44.03 49.65 97. 1. 0. 0.

0. -0.687 0.415 -1.685 -3.1 0. 1. 0.

0. 1.758 2.77 2.65 3.4 0. 0. 1.

Делим строку №2 на 84.85:

0. 1. 0.5189157 0.5851503 1.1431939 0.0117855 0. 0.

домножим строку №2 на 4.35 и сложим со строкой №1

1. 0. 0.0072834 -0.7045963 -0.0271067 0.0512669 0. 0.

домножим строку №2 на 0.687 и сложим со строкой №3

0. 0. 0.7714951 -1.2830018 -2.3146258 0.0080966 1. 0.

домножим строку №2 на -1.758 и сложим со строкой №4

0. 0. 1.8577461 1.6213058 1.3902652 -0.0207189 0. 1.

Дополненная матрица после преобразований:

1. 0. 0.0072834 -0.7045963 -0.0271067 0.0512669 0. 0.

0. 1. 0.5189157 0.5851503 1.1431939 0.0117855 0. 0.

0. 0. 0.7714951 -1.2830018 -2.3146258 0.0080966 1. 0.

0. 0. 1.8577461 1.6213058 1.3902652 -0.0207189 0. 1.

Делим строку №3 на 0.7714951:

0. 0. 1. -1.663007 -3.0001821 0.0104947 1.2961845 0.

домножим строку №3 на -0.0072834 и сложим со строкой №1

1. 0. 0. -0.6924839 -0.005255 0.0511905 -0.0094407 0.

домножим строку №3 на -0.5189157 и сложим со строкой №2

0. 1. 0. 1.4481108 2.7000356 0.0063396 -0.6726105 0.

домножим строку №3 на -1.8577461 и сложим со строкой №4

0. 0. 0. 4.7107507 6.9638419 -0.0402155 -2.4079817 1.

Дополненная матрица после преобразований:

1. 0. 0. -0.6924839 -0.005255 0.0511905 -0.0094407 0.

0. 1. 0. 1.4481108 2.7000356 0.0063396 -0.6726105 0.

0. 0. 1. -1.663007 -3.0001821 0.0104947 1.2961845 0.

0. 0. 0. 4.7107507 6.9638419 -0.0402155 -2.4079817 1.

Делим строку №4 на 4.7107507:

0. 0. 0. 1. 1.4782871 -0.008537 -0.5111673 0.2122804

домножим строку №4 на 0.6924839 и сложим со строкой №1

1. 0. 0. 0. 1.018435 0.0452788 -0.3634158 0.1470008

домножим строку №4 на -1.4481108 и сложим со строкой №2

0. 1. 0. 0. 0.5593121 0.0187021 0.0676164 -0.3074055

домножим строку №4 на 1.663007 и сложим со строкой №3

0. 0. 1. 0. -0.5417803 -0.0037023 0.4461097 0.3530238

Дополненная матрица после преобразований:

1. 0. 0. 0. 1.018435 0.0452788 -0.3634158 0.1470008

0. 1. 0. 0. 0.5593121 0.0187021 0.0676164 -0.3074055

0. 0. 1. 0. -0.5417803 -0.0037023 0.4461097 0.3530238

0. 0. 0. 1. 1.4782871 -0.008537 -0.5111673 0.2122804

Обратная матрица:

1.018435 0.0452788 -0.3634158 0.1470008

0.5593121 0.0187021 0.0676164 -0.3074055

-0.5417803 -0.0037023 0.4461097 0.3530238

1.4782871 -0.008537 -0.5111673 0.2122804

Проверим при помощи встроенной функции обратной матрицы - inv:

1.018435 0.0452788 -0.3634158 0.1470008

0.5593121 0.0187021 0.0676164 -0.3074055

-0.5417803 -0.0037023 0.4461097 0.3530238

1.4782871 -0.008537 -0.5111673 0.2122804

**Вывод:**

Можно заметить, что при нахождении ответов решения системы есть небольшие разбежности, потому что считая вручную используем ε = 0,001 (допускаемое приближение).

**Список используемой литературы**

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие. — М.: Высш. шк., 1994. — 150 с.